

## نگاهی به

## رساله هندسه

## آقا حسین خوانساری (ره)

علی زمانی قمشه ای

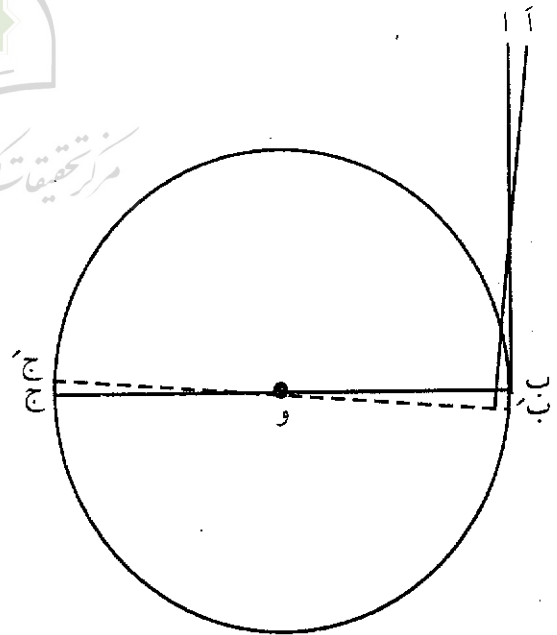
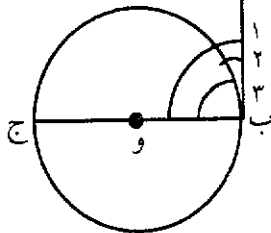
آقا حسین خوانساری (۱۰۹۸/۱۰۹۹-۱۰۱۶/۱۰۱۹ ق.ه.) از برجسته ترین دانشمندان فنون حکمت، ریاضی، فقه، اصول و هندسه، و از شاخص ترین چهره های ذوالفنون به شمار رفته است. رساله هندسه او از ژرف ترین رساله های هندسی است که این اندیشمند بزرگ در آن به بررسی و پژوهش یک شکل از

قطری از دایره نیز بر همان نقطه عمود باشد چنین داریم:

۱. یک زاویه قائمه کُلی؛ یعنی زاویه (ا، ب، ج) در شکل زیر.  
 ۲. زاویه حاده، بین خط مماس و محیط بیرون دایره (زاویه ۲). این زاویه از هر زاویه حاده ای که با دو خط مستقیم تشکیل یابد، حاده تر است.

۳. زاویه حاده، بین محیط و درون محیط دایره (زاویه ۳ در شکل). این زاویه از هر زاویه حاده ای، بزرگ تر است.

سپس اگر چنین فرض کنیم که قطر مزبور (ب، ج) بر خلاف جهت زاویه حرکت کند (خط، ب، ج) و نقطه تماس او با محیط همچنان ثابت باشد، قطره لازم می آید، و عقل بر بطلان و محال بودن قطره حکم بدیهی دارد؛ زیرا هر قدر قطر حرکت کند، بین موضع اول و بین موضع دوم او (ب، ج) زاویه ای مستقیم الخطین پدید می آید که چون به زاویه ای که از قطر و درون محیط (زاویه ۳) اضافه شود، از قائمه بیشتر می شود؛ بدون اینکه به اندازه زاویه قائمه گردیده باشد.



### شبهه طفره در هندسه اقلیدس

اقلیدس در پانزدهم از مقاله هشتم اصول هندسه گفته است: زاویه حاده ای که از دایره و خط مماس بر دایره پدید می آید (زاویه ۲) از هر زاویه حاده ای که از دو خط مستقیم پدید آید، حاده تر است. بنابراین زاویه ای که از قطر و مقعر دایره (زاویه ۳) پدید می آید، از همه زاویه های حاده ای که از دو خط مستقیم تشکیل می یابند، بزرگ تر است؛ زیرا این زاویه، متمم زاویه اول

اشکال هندسی پرداخته و نظر تیز او اندیشه بلند بسیاری از اندیشمندان را هدف قرار داده و با تیغ تیز نقد به تشریح استادانه و موشکافی ماهرانه نشسته است. با نگاهی به این رساله صدق گفتار ما به ویژه برای پارسی زبانان به منصفه ظهور خواهد رسید. آقا حسین - قدس سره - در رساله پیش گفته سخن را از اینجا آغاز می کند: در اصول هندسه و حساب ثابت است که هر گاه خطی خارج از دایره بر نقطه ای از محیط دایره مماس شود و

(زاویه ۲) تا رسیدن به قائمه است. چون که خط خارج از نقطه تماس به مرکز دایره (یعنی خط قطر) بر خط مماس عمود است.

بنابراین وقتی قطر از ناحیه مرکز حرکت کند و نقطه تماس ثابت باشد، لازم می آید زاویه ای که از قطر و دایره پدید می آید، بزرگ تر از قائمه باشد؛ بدون اینکه قبلاً به اندازه زاویه قائمه گردیده باشد. زیرا قطر، هر اندازه حرکت کند، زاویه ای مستقیم الخطين به زاویه اول (زاویه ۳) اضافه می شود. و بدیهی است که زاویه حاده مستقیم الخط بزرگ تر است از زاویه ای که از خط مماس و محدب محیط دایره (زاویه ۲) پدید آمده است. پس دو زاویه پدید آمده است؛ یعنی:

الف) حاده مستقیم الخط که به وسیله حرکت قطر از نقطه ب، به نقطه ب' به دست آمده است.

ب) زاویه پدید آمده از قطر و مقعر محیط (زاویه ۳) و این دو بیش از زاویه قائمه است. از این رو لازم می آید که مقدار زاویه صغیر، به وسیله حرکت قطر، بزرگ تر از مقدار زاویه بزرگ گردد؛ بدون اینکه به اندازه او شود، و این همان طفره است.

گفتنی است: طفره عبارت است از رسیدن نقطه آغازین به نقطه پایان، بی آنکه نقاط وسط طی شود؛ مانند پا گذاشتن از پله اول نردبان به پله آخر، بدون آنکه پله های وسط را درنوردد. در مقام ما اگر زاویه حاده به تدریج افزایش یابد، تا به زاویه منفرجه برسد و در اثنای حرکت، زاویه قائمه حاصل نگردد، طفره لازم آمده است، و عقل بر محال بودن طفره حکم بدیهی دارد.

#### پاسخ اول

محقق دوانی از شبهه طفره پاسخ داده است که زاویه به طور کلی از کیفیات بسیطه است؛ یعنی هیأتی است که عارض سطح گشته و پدید آمده از احاطه دو خط است به او. بنابراین هیأت زاویه قائمه هیچگاه بین خط منحنی و مستقیم امکان پذیر نیست؛ یعنی وقتی فرض شود که زاویه حاده ای که از قطر و محیط (زاویه ۳) پدید آمده هنگام حرکت قطر، به منفرجه تبدیل گردد-پیش از آن که قائمه شود-و بین خط مستقیم و منحنی هیأت زاویه قائمه، متصور نیست؛ مانند اینکه جسمی از سفیدی به جانب سیاهی حرکت کند و در اثنای راه به رنگ پسته ای که در طریق او نبوده است، نرسد.

#### پاسخ دوم

شکی نیست که سطح زاویه ای که بین محیط و قطر است (زاویه ۳) کوچک تر است از سطح زاویه ای که بین قطر و عمود مماس بر آن (زاویه ۱) واقع گردیده است. پس هرگاه قطر، به خلاف جهت زاویه حرکت کند، عمودش نیز به جانب حرکت او حرکت می کند؛ چون فرض این است که خط مماس، عمود بر قطر است. پس عمود ناچار است با کوچک ترین حرکت قطر، در داخل دایره قرار گیرد (خط آ، ب) زیرا محال است که خط مستقیم دیگری

به عنان عمود در این فرض وجود داشته باشد. در این هنگام، سطح زاویه قائمه ای که میان این عمود واقع در داخل دایره و بین قطر متحرک (یعنی زاویه آ، ب، و) است کوچک تر از سطح زاویه ای است که میان محیط دایره و این قطر (یعنی زاویه ب، و، ب) است. پس اگر سطح زاویه ای که میان خط مماس و قطر (زاویه ۱) است، بزرگ تر از سطح زاویه ای است که میان قطر و محیط (زاویه ۳) قرار دارد، بدین خاطر است که یکی از دو ضلع زاویه اول، خارج از دایره واقع شده است، و اگر زاویه ای که میان محیط و قطر بعد از حرکت (زاویه ب، و، ب) بزرگ تر است از زاویه ای که میان قطر و عمود متحرک (یعنی زاویه آ، ب، و) قرار گرفته بدین سبب است که یکی از دو ضلع زاویه دوم (خط عمود) داخل دایره قرار گرفته است.

بنابراین باز گشت سخن به این است که وقتی قطر حرکت کند و هر اندازه حرکت کند، خط عمود مماس، داخل دایره قرار می گیرد؛ زیرا انطباق خط عمود بر خط منحنی و محیط دایره محال است، پس باید درون دایره قرار گیرد و با انتقال عمود به درون دایره دیگر جایی برای شبهه طفره باقی نخواهد بود.

#### توضیح دو پاسخ به بیان آقا حسین (ره)

اگر نسبت قطر را به محیط به سنجش آوریم، قبل از حرکت قطر، نسبت زاویه حاده است و بعد از حرکت، به حالت دیگری به نام منفرجه منتقل می شود و طفره ای در کیف، کم، مکان و «این» لازم نمی آید. چه اینکه در اثنای حرکت به حرکت میانه ای که بین دو خط مستقیم به نام زاویه قائمه وجود دارد، نرسیده است و هیچ اشکالی هم دربر نخواهد داشت؛ به ویژه که خط مماس خارج، با کوچک ترین حرکت قطر، به داخل دایره منتقل می گردد.

پس تنها چیزی که سبب این شبهه شده است، تنها یک اشتباه لفظی است که از انتقال از حاده به منفرجه بدون رسیدن به قائمه پدید آمده است. از این رو گفته شده: زاویه از کیفیات مختص به کمیات است؛ یعنی زاویه کمیت بالذات نیست، و کم بالذات همان سطح است، و سطح، معروض زاویه است. در این صورت نمی توان گفت: «سطح صغیر، بزرگ تر از کبیر نمی شود؛ جز این که نخست به اندازه کبیر گردد». بنابراین زاویه قائمه عبارت از کیفیت مخصوصی است که با حرکت قطر، وجود خارجی به خود نخواهد گرفت، آنسان که رنگ زرد، در حرکت یک شیء از رنگ پسته ای به جانب سیاهی مثلاً، یافت نخواهد شد، و چنان که یک شیء در حرکت خود از ترشی به شیرینی، به تلخی نخواهد رسید.

حاصل سخن اینکه، در صورتی طفره لازم می آید که مقدار کوچک تر زیادتر از مقدار بزرگ تر گردد؛ بدون آنکه مساوی او گشته باشد؛ ولی سخن در زاویه، بر این پایه نیست. زیرا زاویه ذاتاً مقدار نیست (سالبه به انتفای موضوع) بلکه از نوع کیفیاتی

است که عارض سطح می شود و لازم نیست همه کیفیات، در همه حرکات کیفی، تحقق یابند. بنابراین، واژه های «مساوات» و «تفاوت» از ویژگی های معروض ها است، نه عارض ها.

به سخن دیگر ظفره عبارت است از ترك تدریجی از جایی و رسیدن تدریجی به جای دیگر، یا از شیء به شیء دیگر، بدون اینکه به حد متوسط آن دو جایا دو شیء رسیده باشد. اما حرکت قطر پس از تشکیل (زاویه ۳ در شکل) و ترسیم و تشکیل حاده ترین زاویه حاده مستقیم الخطین (زاویه ب، و، ب)، از قبیل حرکت تدریجی نیست، بلکه از قبیل انعدام فردی و حدوث فردی دیگر از کم عدم است. پس نمی توان گفت زاویه قطر و محیط، بزرگ و بزرگ تر گشت تا به منفرجه رسید؛ بلکه از مقوله حرکت دفعی فلسفی است؛ یعنی از نوع حرکت متوسطه فلسفی است، نه از نوع حرکت قطعیه.

### توضیح سخن آقا حسین (ره)

الف) در فلسفه بحثی است که زاویه و شکل از مقوله کم است، یا از مقوله کیف؟ اکثر دانشمندان معتقدند زاویه و شکل عبارت است از کیفیت؛ یعنی هیأتی است که عارض کم می شود و از احاطه یک حد (مانند دایره که از احاطه یک حد و خط پدید می آید) یا چند حد و خط پدید می آید، مانند شکل مثلث، مربع، کثیر الاضلاع و ... که هر کدام دارای زاویه هایی هستند. بنابراین در تعریف زاویه گفته اند «هی الیهة الحاصلة من احاطة حدین او حدود متلاقية فی حد غیر تامه». زاویه عبارت است از هیأتی که از احاطه غیر تامه دو حد یا حدودی که در حد دیگری تلافی کرده حاصل شده است، مانند زاویه مسطح که از احاطه دو خط متلاقی در یک نقطه پدید می آید و مثل زاویه مجسم که از احاطه سطح مخروط که به نقطه رأس منتهی می گردد، حاصل می شود.

تنها برخی زاویه را از مقوله کم دانسته اند؛ زیرا «قسمت»، «مساوات»، و «عدم مساوات» پذیر است که اینها از ویژگی های کم به حساب می روند.

ابن هیثم در پاسخ گفته است:

حقیقت زاویه با یک، یا چند مرتبه چند برابر شدن از میان می رود؛ مثلاً زاویه قائمه اگر دو چندان شود، دیگر زاویه قائمه نیست، چنانکه زاویه حاده مثلاً اگر چند برابر گردد، از بین می رود و حقیقت زاویه حاده بودنش تباہ می شود؛ در حالی که مقوله کم و مقدار با تضعیف یا چند برابر شدن حقیقتش زائل و تباہ نمی گردد.

ب) حکما در یک تقسیم، حرکت را به توسطی و قطعی بخش پذیر دانسته اند. حرکت توسطی آن است که جسم، بین مبدأ و منتها به گونه ای باشد که هر نقطه ای که در وسط فرض شود، متحرک، قبل از آن و بعد از آن در آن نقطه نباشد. این

حرکت، یک حالت بسیط ثابتی است که هیچ تقسیمی در آن راه ندارد، و در مقام ما وقتی قطر، زاویه ۳ را پشت سر گذاشت نمی توان گفت تا رسیدن به زاویه حاده ای که از دو خط مستقیم تشکیل می یابد به نقطه ای می رسد که مثلاً برابر زاویه قائمه می گردد، زیرا زاویه قائمه در مسیر حرکت نبوده است.

حرکت قطعی آن است که یک جسم مثلاً بین مبدأ و منتها به گونه ای فرض شود که در طی نقاط مسافت، نقطه ای را رها کرده و به نقطه دیگر هنوز نرسیده است؛ یعنی قوه ای تبدیل به فعل گشته و قوه ای هنوز به فعلیت نرسیده و متحرک، آن را تبدیل به فعل می کند. بنابراین هر حدی از حدود مسافت فعلیت است بر قوه سابق و قوه است بر فعلیت لاحق، و لازمه این حالت، تقسیم شدن به اجزاء، سپری گشتن و گذشتن تدریجی آن می باشد. اجزای این نوع حرکت، در خارج اجتماع ندارند.

اما تصویری که انسان از حرکت دارد و مقاطع آن را در قوه خیال خود گرد می آورد و به عنوانی یک صورت متصله از حرکت، تصور می کند، چنین تصویری تنها یک امر ذهنی است و وجود خارجی ندارد؛ به این دلیل که اجتماع اجزای حرکت، ممکن نیست و اگر امکان پذیر باشد دیگر حرکت، تغییر و انتقال نخواهد بود.<sup>۱</sup>

### پاسخ سوم

دانشمندی گفته است: ظفره در حرکت به اعتبار انواع حرکت به چهار قسم است: ظفره در حرکت مکانی (این)، «کمی»، «وضعی» و «کیفی». بدیهی است که ظفره در حرکت وضعی تصور ندارد، زیرا در اینجا حرکت وضعی تحقق نگرفته است. بنابراین باید ظفره ضمن حرکت کمی و یا کیفی بوده باشد؛ یعنی یک متحرک شخصی، در هر آنی به فردی از افراد، یا به نوعی از انواع مقوله کم یا کیف متصف باشد. ولی در مقام ما متحرکات غیر متناهی وجود دارند و در هر آنی، فردی از آنها (در مقوله کم) و یا نوعی از آنها (در مقوله کیف) موجود می شود، در نتیجه یکی از افراد آنها زاویه قائمه است، پس ظفره ای به وقوع نپیوسته است.

لیکن این پاسخ مورد پسند آقا حسین - قدس سره - واقع نشده و گفته است: اگر متحرکات، غیر متناهی هستند و در هر آن، فردی از آنها موجود می شود، چرا فرد پایین و بالا (اسفل و اعلی) = زاویه حاده، مثلاً و زاویه منفرجه، در بحث ما یافت شوند و فرد متوسط یافت نشود؟ آیا می توان گفت: ده ذراع موجود است، صد ذراع هم موجود است، ولی بیست ذراع موجود نیست؟

پس بهتر است در پاسخ گفته شود: حدوث مقدار بزرگ، دفعی است و هنگام پیدایش آن لازم نیست به فرد متوسط برسد؛

۱. ر. ک: صدر المتألهین، اسفار لویه، ج ۴، ص ۱۷۹، دار احیاء التراث عربی، ۱۹۸۱؛ علامه طباطبائی، نهاية الحکمة، ص ۱۰۳ و ۱۸۰، مرکز انتشارات دارالتبلیغ اسلامی.

«عد- مشابهت» است و هر چیزی که چنین ویژگی را دارا باشد، از کیفیات (=چون) است، و کیفیات تقسیم پذیر نیستند، پس زاویه تقسیم پذیر نیست و امری است بسیط. صدرا می گوید:

انصاف آن است که زاویه از یک جهت و حیث مانند شکل دارای مقسدار و اندازه است، از این رو سطحی است پذیرای قسمت؛ مثلاً در وسط زاویه می توان یک یا چند خط از وتر به سر زاویه رسم کرد و آن را تقسیم نمود. و از جهت و حیث دیگر زاویه هیأتی است همراه با تناهی و انقطاع، تناهی و انقطاع عبارت اند از عدم مقدار؛ مثلاً دایره هیأتی است که قابلیت بخش پذیری ندارد و اگر تقسیم شود حیثیت دایره بودن در او محفوظ نمی ماند. بنابراین زاویه هیأت و کیفیتی است بخش ناپذیر که عارض شیء دیگر به عنوان معروض گشته، و معروض او تقسیم پذیر است، نه خود او.<sup>۲</sup>

لیکن جای یک پرسش باقی است، و آن این است که با توجه به قاعده متین و اصلیتی که حکما دارند و می گویند: «مقولات، همه با هم متباین بالذات هستند» آیا می توان حقیقت یک شیء همچون زاویه را با دو مقوله متباین تعریف کرد؟ و آیا دو مقوله متباین می توانند جزء مقوم او در تعریف باشند، تا بتوان گفت زاویه از یک حیث تقسیم پذیر و از حیث دیگر تقسیم ناپذیر است؟

صدرا با همه انصافی که در این زمینه به خرج داده و خواسته است به گونه ای بین دو مبنا را جمع کند، با این وجود موازین منطقی با رأی او همراه نیست. زیرا ماهیت زاویه یک چیز بیش نیست و در یکی از دو مقوله کم یا کیف جای دارد و دو جنس متباین نمی توانند یک حقیقت نوعیه را تعریف کنند؛ مثلاً آب و آتش قابل اجتماع و در یک تعریف نیستند.

شایان تکرار است که سخن در مقام هویت خارجی و عروض زاویه نیست، و انکاری نیست که زاویه در این مقام، عارض سطح یا جسم می گردد و از کیفیات مختص به کمیات به شمار می آید، بلکه سخن در صقع ماهوی و حقیقت ذاتی زاویه است. بنابراین تفصیل صدر المتألهین - قدس سره - بی وجه است.

نتیجه اینکه: اگر زاویه کمیت باشد، جایی برای طفره باقی نمی ماند؛ زیرا قطر متحرك پس از حرکت به ویژه در حرکت قطعی در اثنای قهراً به اندازه زاویه قائمه گشته سپس منفرجه می گردد.

و اگر کیفیت باشد، کیفیات، بسیط به شمار می روند. در این صورت باید گفت تصور زاویه قائمه در مسیر حرکت قطر، به طور کلی جایی ندارد، و طرح بحث طفره از ریشه بی اساس است.

مثلاً وقتی ده ذراع موجود باشد، سپس ده ذراع دیگر به آن اضافه شود، یک دفعه بیست ذراع می گردد و لازم نیست در این اثنا به پانزده ذراع برسد و سپس بیست ذراع گردد.

### پاسخ چهارم

این پاسخ به دو گونه قابل تقریر و تحریر است:

اولاً: امکان دارد خطی قائم بر قطر متحرك در زاویه منفرجه (زاویه ۲+ حاده ب، و ب) توهم شود. در این صورت زاویه قائمه تصور گشته و طفره بر طرف شده است.

ثانیاً: ممکن است زاویه ای به اندازه زاویه ای که میان خط مماس و محیط بیرونی دایره (یعنی زاویه ۲) به زاویه ۳ افزود، زیرا هر دو، در زاویه منفرجه مزبور وجود دارند. لیکن از نظر آقا حسین خوانساری - رضوان الله تعالی علیه - این پاسخ با اصل دفعی پدید آمدن زاویه منفرجه همخوانی ندارد، بلکه با قول به پیدایش تدریجی زاویه سازگار است، و در این صورت، سخن از طفره به طور کلی باید بی اساس باشد.

### پاسخ پنجم

وقتی قطر دایره حرکت کند، در حین حرکت زاویه های بالفعل پدید نخواهد آمد، بلکه در اثنای حرکت، همه آنها بالقوه می باشند، و هنگامی که حرکت به پایان رسید، همه زوایا بالفعل خواهند گشت. در مقام ما هنگامی که قطر حرکت کرد و یک زاویه حاده مستقیم الخطین پدید آمد، زاویه ای بالقوه کوچک تر از حاده یعنی به اندازه زاویه ۲، تحصیل کرده که هر گاه به زاویه ۳ (بزرگ ترین زاویه حاده) ضمیمه گردد، به اندازه یک زاویه قائمه می گردد. با این فرض دیگر طفره ای در کار نیست؛ به ویژه که مسائل ریاضی نوعاً بر پایه فرض، استوار می باشند.

آقا حسین (ره) نیز همان پاسخ قبل را تکرار می کند که با اصل پیدایش دفعی زاویه منفرجه سازگار نیست. پس وقتی زاویه ای بی نهایت حاد و کوچک از دو خط مستقیم پدید آید، دفعتاً یک زاویه منفرجه حادث شده، و شبهه طفره را همراه خواهد داشت. بنابراین بهترین پاسخ نزد آقا حسین (ره) همان پاسخی است که از محقق دوانی رسیده است. این پاسخ چنان که کراراً اشاره شد بر اصل بساطت کیفیات مختص به کمیات استوار گشته و آقا حسین آن را موافق مبنای فلسفی خود دانسته است.

### دیدگاه صدر المتألهین - قدس سره - در اسفار

صدر المتألهین (م ۱۰۵۰ هـ. ق.) نخست دیدگاه دو گروه را پیرامون زاویه به نگارش آورده و گفته است: گروهی، زاویه را از مقوله «کم» (=چند) دانسته، و هر چه از این مقوله باشد تقسیم پذیر است، در نتیجه زاویه تقسیم پذیر است.

دسته دیگر استدلال می کنند که زاویه پذیرای «مشابهت» و